

数学3 関数のtutorial No.1

解答

1 分数関数

1 [分数関数の基本事項] 次の□にあてはまる言葉や式を答えなさい。

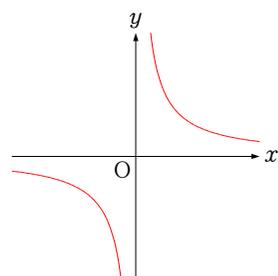
(1) $y = \frac{12}{x}$, $y = \frac{2x+1}{x-1}$ のように, x の分数式で表される関数を x の 分数関数 という。

(2) 分数関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフは双曲線である。

x 軸と y 軸はこのグラフの 漸近線 であり, 2本の イ が直交して

いることから, この双曲線を特に ウ **直角双曲線** という。

また, この関数の定義域は エ $x \neq 0$, 値域は オ $y \neq 0$ である。

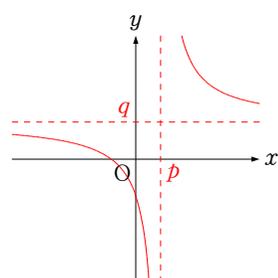


(3) 分数関数 $y = \frac{a}{x-p} + q$ のグラフは, $y = \frac{a}{x}$ のグラフを x

軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した直角双曲線である。

このグラフの漸近線は キ $x = p$ と ク $y = q$ である。

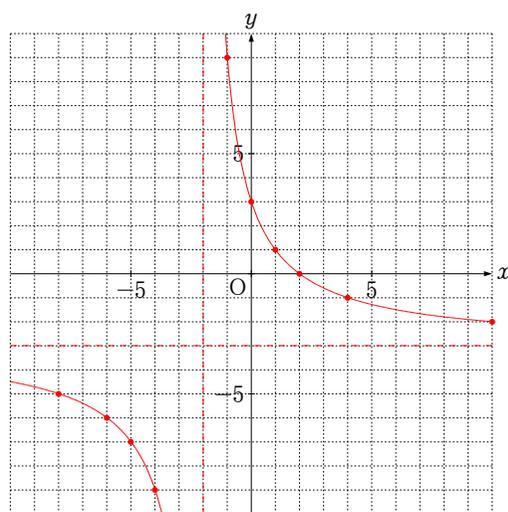
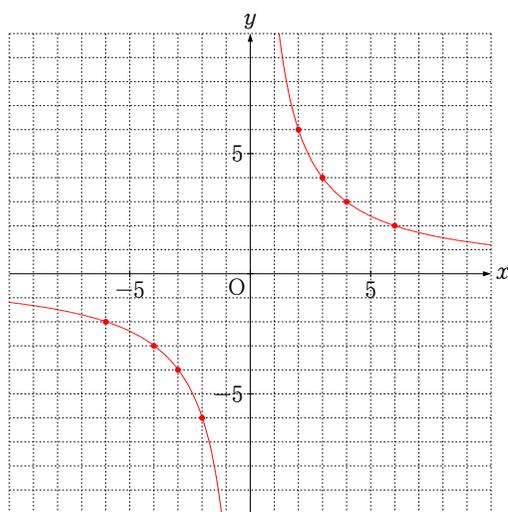
また, この関数の定義域は ケ $x \neq p$, 値域は コ $y \neq q$ である。



2 [分数関数のグラフ] 次の関数のグラフをかきなさい。

(1) $y = \frac{12}{x}$

(2) $y = \frac{12}{x+2} - 3$



考え方 点 $(-2, -3)$ を仮の原点と考えて, $y = \frac{12}{x}$ のグラフと同じ要領で描けばよい。

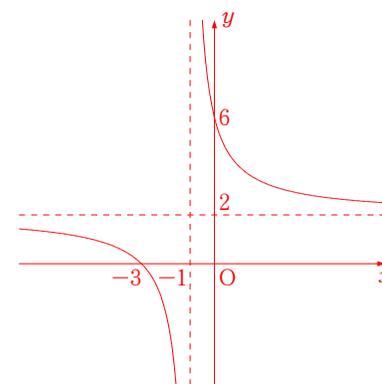
3 [分数関数のグラフ] 次の関数のグラフをかき, その値域を求めなさい。

(1) $y = \frac{2x+6}{x+1}$

(2) $y = \frac{-3x+4}{x-2}$ ($x \geq 0$)

解答 $y = \frac{2x+6}{x+1}$
 $= \frac{2(x+1)+4}{x+1}$
 $= \frac{4}{x+1} + 2$

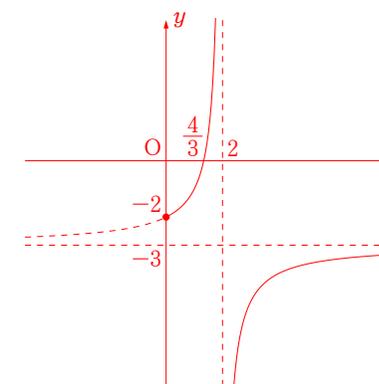
漸近線は $x = -1$, $y = 2$



値域は, $y \neq 2$... 答

解答 $y = \frac{-3x+4}{x-2}$
 $= \frac{-3(x-2)-2}{x-2}$
 $= \frac{-2}{x-2} - 3$

漸近線は $x = 2$, $y = -3$



値域は, $y < -3$, $y \geq -2$... 答

4 [分数関数の決定] 関数 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ のグラフが2直線 $x = -2$, $y = 5$ を漸近線とし, 点 $(-3, 7)$ を通るとき, 定数 a , b , c の値を求めなさい。

解答 漸近線の条件より, 求める関数は $y = \frac{k}{x+2} + 5$ と表せる。

点 $(-3, 7)$ を通ることから, $7 = \frac{k}{-3+2} + 5$, これを解いて, $k = -2$

よって, $y = \frac{-2}{x+2} + 5 = \frac{-2+5(x+2)}{x+2} = \frac{5x+8}{x+2}$

これと $y = \frac{ax+b}{x+c}$ を比較して, $a = 5$, $b = 8$, $c = 2$... 答

別解 逆向きにアプローチしてもよい。

$y = \frac{ax+b}{x+c} = \frac{a(x+c)-ac+b}{x+c} = \frac{-ac+b}{x+c} + a$

この式より, 漸近線は $x = -c$, $y = a$

条件から, 漸近線は $x = -2$, $y = 5$ なので, $c = 2$, $a = 5$... 答

このとき, 与えられた関数は, $y = \frac{5x+b}{x+2}$

点 $(-3, 7)$ を通ることから, $7 = \frac{5 \cdot (-3) + b}{-3+2}$, これを解いて, $b = 8$... 答