数学3 微分の tutorial No.12

名前 ________________

5 対数関数・指数関数の導関数

$\boxed{51}$ ［**対数関数の導関数**］ $a>0$，$a \neq 0$ として，対数関数 $\log_a x$ の導関数を考える。

$$(\log_a x)' = \lim_{h\to 0} \boxed{\text{ア}} \qquad (\leftarrow \text{導関数の定義より})$$

$$= \lim_{h\to 0} \boxed{\text{イ}} \qquad (\leftarrow \log \text{の性質より})$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{1}{h} \log_a \left(1+\frac{h}{x}\right) \cdots\cdots ①$$

$\dfrac{h}{x} = t$ とおくと，$h \to 0$ のとき $t \to 0$

$$① = \lim_{\boxed{\text{ウ}}} \boxed{\text{エ}} \qquad (\leftarrow h \text{を消した})$$

$$= \frac{1}{x} \lim_{t\to 0} \boxed{\text{オ}} \cdots\cdots ② \qquad (\leftarrow \log \text{の性質より})$$

$(1+t)^{\frac{1}{t}}$ は $t \to 0$ のとき，$\boxed{\text{カ}}$（ネイピア数）に収束することが知られている。この値を $\boxed{\text{キ}}$ で表す。すなわち，$\boxed{\text{ク}}$ と定義する。

この e を使うと，

$$② = \frac{1}{x} \log_a e$$

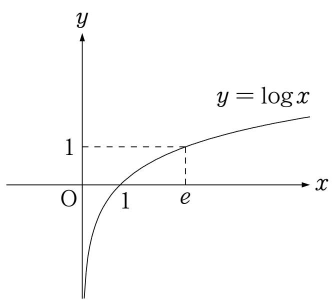
$$= \boxed{\text{ケ}} \cdots\cdots ③ \qquad (\leftarrow \text{底の変換公式より})$$

e を底とする対数 $\log_e x$ を $\boxed{\text{コ}}$ といい，底の e を省略して $\log x$ と書くことが多い。

$$③ = \boxed{\text{サ}} \qquad (\leftarrow \text{底の} e \text{を省略した})$$

ここまでをまとめると，$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \log a}$ である。

特に，$a = e$ のときは，$\boxed{\text{シ}}$ となる。



$\boxed{52}$ ［**対数関数の導関数のまとめ**］ $\boxed{51}$ の結果をまとめなさい。

$$(\log_a x)' = \boxed{\text{ア}} \qquad (a>0,\ a \neq 0)$$

$$(\log x)' = \boxed{\text{イ}}$$

これらは今後の計算に利用するので覚えておくこと。

$\boxed{53}$ ［**log を含む関数の微分**］ 次の関数を微分しなさい。

(1) $y = \log(2x+3)$

(2) $y = \log(x^2+x+4)$

(3) $y = \log_2(2x+3)$

(4) $y = \log_{10}(x^2+x+4)$

(5) $y = x\log x - x$

(6) $y = (\log x)^2$