

28 [部分積分法] 積の微分法を逆向きに使うような積分法を作りたい。

(1) まず積の微分法を確認する。微分可能な関数 $f(x)$, $g(x)$ について, その積 $f(x)g(x)$ を x で微分する

と, $\{f(x)g(x)\}' = \overset{ア}{\quad\quad\quad}$ となる。

(2) (1) の式を $f(x)g'(x)$ について解くと,

$\overset{イ}{\quad\quad\quad}$

両辺を x で積分すると,

$\overset{ウ}{\quad\quad\quad}$ ①

これを公式として今後利用する。

部分積分法

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

(3) さらに, ①の g' を g に, g を G に置き直すと, (G は g の原始関数)

$\overset{エ}{\quad\quad\quad}$

左辺の被積分関数が $f(x)g(x)$ となり, この公式が "積の積分法" のようにはたらくことが分かる。

覚え方

この公式は右辺にも \int があるので, 左辺の積分が完了するわけではなく, 別の積分に移し替えているだけである。つまり, 積分法として利用するときは, 右辺の積分の方が易しくなっていないと意味がない。そのためには積の関数のどちらを微分, どちらを積分にするのかうまく選ぶ必要がある。

29 [部分積分法 (n 次関数 \times 三角関数)] 不定積分 $\int (2x+3)\cos x dx$ を求めなさい。

30 [部分積分法 (n 次関数 \times 指数関数)] 不定積分 $\int (2x+1)e^{-x} dx$ を求めなさい。 [黄チャート p.289]

31 [部分積分法 (2 回利用)] 不定積分 $\int x^2 \cos x dx$ を求めなさい。 [黄チャート p.290]

32 [部分積分法 (n 次関数 \times 対数関数)] 次の不定積分を求めなさい。

(1) $\int x \log x dx$

(2) $\int \log x dx$

$\int \log x dx = x \log x - x + C$ はよく出るので, 結果を覚えておいてもよい。