

数学3 関数の極限 No.1

解答

1 [極限値の存在条件] $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{ax+b}{\cos x} = \frac{1}{2}$ …… ① が成り立つように、定数 a, b の値を定めなさい。

解答 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{ax+b}{\cos x}$ …… ②

$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ のとき、(分母) = $\cos x \rightarrow 0$ なので、

② が極限値をもつためには、(分子) = $ax+b \rightarrow 0$ となる必要がある。

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (ax+b) = 0$$

$$a \cdot \frac{\pi}{2} + b = 0$$

$$b = -\frac{\pi}{2}a \text{ …… ③}$$

このとき、

$$\textcircled{2} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{ax - \frac{\pi}{2}a}{\cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{a(x - \frac{\pi}{2})}{\cos x} \text{ …… ④}$$

$t = \frac{\pi}{2} - x$ とおくと、 $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ のとき $t \rightarrow 0$ なので、

$$\textcircled{4} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-at}{\cos(\frac{\pi}{2} - t)}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \left(-a \cdot \frac{t}{\sin t} \right)$$

$$= -a$$

① より、 $-a = \frac{1}{2}$ 、すなわち、 $a = -\frac{1}{2}$ …… 答

③ に代入すると、 $b = \frac{\pi}{4}$ …… 答