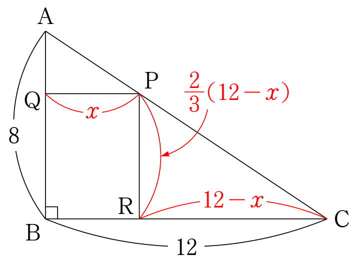
数学１　２次関数　No.1

解答

$\boxed{1}$ ［**面積の最大値**］ $\angle B=90°$ の直角三角形 ABC がある。斜辺 AC 上に点 P をとり，点 P から辺 AB，BC にそれぞれ垂線 PQ，PR をひく。このとき，長方形 PQBR の面積が最大となるのはどのようなときか。また，その最大値を求めなさい。



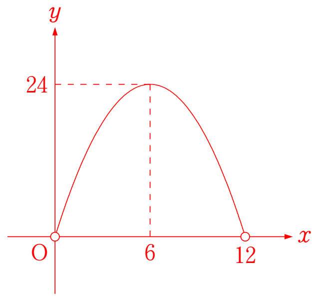
解答 $PQ=x$ とすると，

$$CR=12-x$$
$$PR=\frac{2}{3}CR=\frac{2}{3}(12-x)$$

長方形 PQBR の面積を y とすると，

$$\begin{aligned} y&=x\times\frac{2}{3}(12-x)\\ &=-\frac{2}{3}(x^2-12x)\\ &=-\frac{2}{3}\{(x-6)^2-36\}\\ &=-\frac{2}{3}(x-6)^2+24 \end{aligned}$$

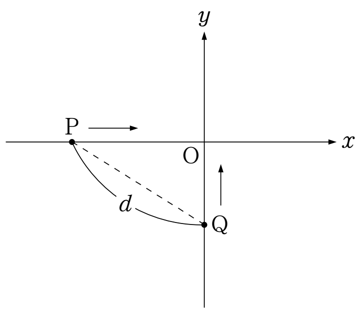
$0<x<12$ の範囲でグラフをかくと，右の図のようになる。



$x=6$ のとき，y は最大値は 24 をとる。

よって，長方形 PQBR の面積が最大となるのは，**点 P が辺 AC の中点のとき**であり，その最大値は **24** である。　…答

$\boxed{2}$ ［**距離の最小値**］ 点 P は $(-4,\ 0)$ を出発し，毎秒 3 の速さで x 軸の正の方向に移動する。点 Q は $(0,\ -3)$ を出発し，毎秒 2 の速さで y 軸の正の方向に移動する。点 P と Q が同時に出発するとき，PQ 間の距離 d の最小値を求めなさい。



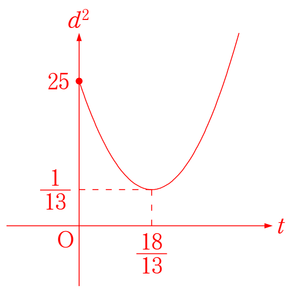
考え方 d^2 は時刻の 2 次関数で表されるので，d^2 の最小値を考える。

解答 t 秒後の点 P，Q の座標は，それぞれ

$P(3t-4,\ 0)$，$Q(0,\ 2t-3)$ である。

$$\begin{aligned} d^2&=(3t-4)^2+(2t-3)^2\\ &=13t^2-36t+25\\ &=13\left(t-\frac{18}{13}\right)^2+\frac{1}{13} \end{aligned}$$

$t\geqq 0$ の範囲でグラフをかくと，右の図のようになる。



$t=\frac{18}{13}$ のとき，d^2 は最小値 $\frac{1}{13}$ をとる。

よって，d の最小値は $\boldsymbol{\frac{1}{\sqrt{13}}}$　…答