

数学1 式の計算 No.1

名前 _____

1 [$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ の因数分解] $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ を利用して, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を因数分解しなさい。

2 [3つの3乗] 公式 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ を利用して, 次の式を因数分解しなさい。

(1) $a^3 - b^3 + 1 + 3ab$

(2) $p^3q^3 + 6pqr + r^3 - 8$

数学1 式の計算 No.1

解答

1 [$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ の因数分解] $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ …… ① を利用して, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ を因数分解しなさい。

解答 ① を 2 回適用する。

$$\begin{aligned}
 & \underline{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc} \\
 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3 - 3abc && \leftarrow \underline{a^3 + b^3} \text{ に } ① \text{ を適用した} \\
 &= (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b) - 3abc && \leftarrow \text{項の順序を変えただけ} \\
 &= (a+b+c)^3 - 3(a+b)c(a+b+c) - 3ab(a+b+c) && \leftarrow \underline{(a+b)^3 + c^3} \text{ に } ① \text{ を適用した} \\
 &= (a+b+c)\{(a+b+c)^2 - 3(a+b)c - 3ab\} \\
 &= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca - 3bc - 3ab) \\
 &= (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})(\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 + \mathbf{c}^2 - \mathbf{ab} - \mathbf{bc} - \mathbf{ca}) \quad \cdots \text{答}
 \end{aligned}$$

別解 2 回目の ① は, 代わりに公式 $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ …… ② を使ってもよい。

$$\begin{aligned}
 & \underline{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc} \\
 &= (a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3 - 3abc && \leftarrow \underline{a^3 + b^3} \text{ に } ① \text{ を適用した} \\
 &= (a+b)^3 + c^3 - 3ab(a+b) - 3abc && \leftarrow \text{項の順序を変えただけ} \\
 &= (a+b+c)\{(a+b)^2 - (a+b)c + c^2\} - 3ab(a+b+c) && \leftarrow \underline{(a+b)^3 + c^3} \text{ に } ② \text{ を適用した} \\
 &= (a+b+c)\{(a+b)^2 - (a+b)c + c^2 - 3ab\} \\
 &= (a+b+c)(a^2 + 2ab + b^2 - ca - bc + c^2 - 3ab) \\
 &= (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})(\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 + \mathbf{c}^2 - \mathbf{ab} - \mathbf{bc} - \mathbf{ca}) \quad \cdots \text{答}
 \end{aligned}$$

2 [3 つの 3 乗] 公式 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ を利用して, 次の式を因数分解しなさい。

(1) $a^3 - b^3 + 1 + 3ab$

解答 $x = a, y = -b, z = 1$ とすると, 公式に当てはまる。

$$\begin{aligned}
 & a^3 - b^3 + 1 + 3ab \\
 &= a^3 + (-b)^3 + 1^3 - 3a \cdot (-b) \cdot 1 \\
 &= (\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{1})(\mathbf{a}^2 + \mathbf{b}^2 + \mathbf{1} + \mathbf{ab} + \mathbf{b} - \mathbf{a}) \quad \cdots \text{答}
 \end{aligned}$$

(2) $p^3q^3 + 6pqr + r^3 - 8$

解答 $x = pq, y = r, z = -2$ とすると, 公式に当てはまる。

$$\begin{aligned}
 & p^3q^3 + 6pqr + r^3 - 8 \\
 &= p^3q^3 + r^3 - 8 + 6pqr \\
 &= (pq)^3 + r^3 + (-2)^3 - 3(pq)r(-2) \\
 &= (\mathbf{pq} + \mathbf{r} - \mathbf{2})(\mathbf{p}^2\mathbf{q}^2 + \mathbf{r}^2 + 4 - \mathbf{pqr} + 2\mathbf{r} + 2\mathbf{pq}) \quad \cdots \text{答}
 \end{aligned}$$

数学1 式の計算 No.2

名前 _____

1 [場合分けをして解く] 次の x についての不等式を解きなさい。

(1) $ax < 3$

(2) $ax + 1 > x + a^2$

数学1 式の計算 No.2

解答

1 [場合分けをして解く] 次の x についての不等式を解きなさい。

(1) $ax < 3$

解答 $ax < 3 \cdots \text{①}$

(i) $a > 0$ のとき

①の両辺を $a (> 0)$ で割ると,

$$x < \frac{3}{a}$$

(ii) $a = 0$ のとき

①は $0x < 3$ となり,

これはすべての実数 x に対して成り立つ。

(iii) $a < 0$ のとき

①の両辺を $a (< 0)$ で割ると,

$$x > \frac{3}{a}$$

よって,
$$\begin{cases} a > 0 \text{ のとき, } x < \frac{3}{a} \\ a = 0 \text{ のとき, } x \text{ はすべての実数} \\ a < 0 \text{ のとき, } x > \frac{3}{a} \end{cases} \cdots \text{答}$$

(2) $ax + 1 > x + a^2$

解答 $ax - x > a^2 - 1$

$$(a-1)x > (a+1)(a-1) \cdots \text{①}$$

(i) $a > 1$ のとき

①の両辺を $a-1 (> 0)$ で割ると,

$$x > a+1$$

(ii) $a = 1$ のとき

①は $0x > 0$ となり,

これを成り立たせる x は存在しない。

(iii) $a < 1$ のとき

①の両辺を $a-1 (< 0)$ で割ると,

$$x < a+1$$

よって,
$$\begin{cases} a > 1 \text{ のとき, } x > a+1 \\ a = 1 \text{ のとき, } \text{解なし} \\ a < 1 \text{ のとき, } x < a+1 \end{cases} \cdots \text{答}$$

数学1 集合と命題 No.1

名前 _____

1 [集合の要素・部分集合] $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{3\}$ とする。次から正しいものを選びなさい。

ア $1 \in A$

イ $1 \subset A$

ウ $\{1\} \in A$

エ $\{1\} \subset A$

オ $B \in A$

カ $B \subset A$

キ $C = 3$

ク $C \in \{3\}$

ケ $C \subset \{3\}$

2 [共通部分と和集合] $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{3, 4\}$ とする。次から正しいものを選びなさい。

ア $A \cap B = B$

イ $A \cup B = B$

ウ $B \subset A \cap C$

エ $B \subset A \cup C$

オ $A \subset B \cup C$

カ $B \cap C = \{0\}$

キ $A = B \cap \{3\}$

ク $A \cup \{4\} \subset C$

ケ $C \cap \{3\} \subset A$

3 [空集合] 次のうち、空集合であるものをすべて選びなさい。

ア $\{x \mid x = x + 1\}$

イ $\{n \mid n \text{は素数かつ } n \text{は偶数}\}$

ウ $\{x \mid x > 0 \text{かつ } x < -3\}$

エ $\{x \mid x > 0 \text{かつ } x < 3\}$

オ $\{1, 3, 5, 7\} \cap \{2, 4, 6, 8\}$

カ $\{x \mid x \leq \pi\} \cap \{x \mid x \geq \pi\}$

数学1 集合と命題 No.1

解答

1 [集合の要素・部分集合] $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{3\}$ とする。次から正しいものを選びなさい。

ア $1 \in A \cdots \cdots \bigcirc$

イ $1 \subset A \cdots \cdots \times$

ウ $\{1\} \in A \cdots \cdots \times$

エ $\{1\} \subset A \cdots \cdots \bigcirc$

オ $B \in A \cdots \cdots \times$

カ $B \subset A \cdots \cdots \bigcirc$

キ $C = 3 \cdots \cdots \times$

ク $C \in \{3\} \cdots \cdots \times$

ケ $C \subset \{3\} \cdots \cdots \bigcirc$

答 ア, エ, カ, ケ

2 [共通部分と和集合] $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{3, 4\}$ とする。次から正しいものを選びなさい。

ア $A \cap B = B \cdots \cdots \bigcirc$

イ $A \cup B = B \cdots \cdots \times$

ウ $B \subset A \cap C \cdots \cdots \times$

エ $B \subset A \cup C \cdots \cdots \bigcirc$

オ $A \subset B \cup C \cdots \cdots \bigcirc$

カ $B \cap C = \{0\} \cdots \cdots \times$

キ $A = B \cap \{3\} \cdots \cdots \times$

ク $A \cup \{4\} \subset C \cdots \cdots \times$

ケ $C \cap \{3\} \subset A \cdots \cdots \bigcirc$

答 ア, エ, オ, ケ

3 [空集合] 次のうち、空集合であるものをすべて選びなさい。

ア $\{x \mid x = x + 1\} = \emptyset$

イ $\{n \mid n \text{は素数かつ } n \text{は偶数}\} = \{2\}$

ウ $\{x \mid x > 0 \text{かつ } x < -3\} = \emptyset$

エ $\{x \mid x > 0 \text{かつ } x < 3\} = \{x \mid 0 < x < 3\}$

オ $\{1, 3, 5, 7\} \cap \{2, 4, 6, 8\} = \emptyset$

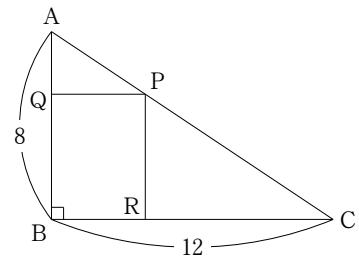
カ $\{x \mid x \leq \pi\} \cap \{x \mid x \geq \pi\} = \{\pi\}$

答 ア, ウ, オ

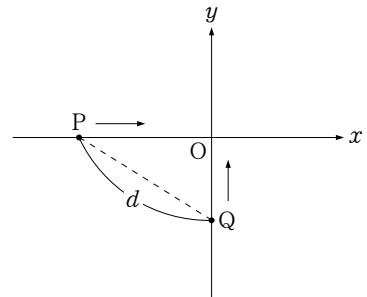
数学1 2次関数 No.2

名前 _____

- 1 [面積の最大値] $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。斜辺 AC 上に点 P をとり、点 P から辺 AB, BC にそれぞれ垂線 PQ, PR をひく。このとき、長方形 PQBR の面積が最大となるのはどのようなときか。また、その最大値を求めなさい。



- 2 [距離の最小値] 点 P は $(-4, 0)$ を出発し、毎秒 3 の速さで x 軸の正の方向に移動する。点 Q は $(0, -3)$ を出発し、毎秒 2 の速さで y 軸の正の方向に移動する。点 P と Q が同時に発するとき、PQ 間の距離 d の最小値を求めなさい。



数学1 2次関数 No.2

解答

- 1 [面積の最大値] $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。斜辺 AC 上に点 P をとり、点 P から辺 AB, BC にそれぞれ垂線 PQ, PR をひく。このとき、長方形 PQBR の面積が最大となるのはどのようなときか。また、その最大値を求めなさい。

解答 $PQ = x$ とすると、

$$CR = 12 - x$$

$$PR = \frac{2}{3}CR = \frac{2}{3}(12 - x)$$

長方形 PQBR の面積を y とすると、

$$y = x \times \frac{2}{3}(12 - x)$$

$$= -\frac{2}{3}(x^2 - 12x)$$

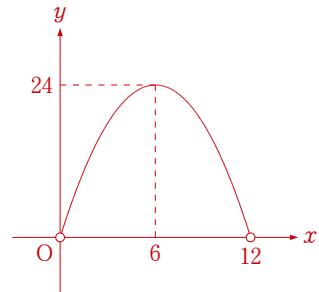
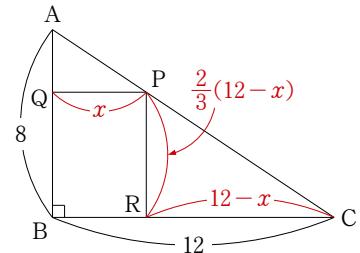
$$= -\frac{2}{3}\{(x - 6)^2 - 36\}$$

$$= -\frac{2}{3}(x - 6)^2 + 24$$

$0 < x < 12$ の範囲でグラフをかくと、右の図のようになる。

$x = 6$ のとき、 y は最大値は 24 をとる。

よって、長方形 PQBR の面積が最大となるのは、点 P が辺 AC の中点のときであり、その最大値は 24 である。…答



- 2 [距離の最小値] 点 P は $(-4, 0)$ を出発し、毎秒 3 の速さで x 軸の正の方向に移動する。点 Q は $(0, -3)$ を出発し、毎秒 2 の速さで y 軸の正の方向に移動する。点 P と Q が同時に出发するとき、PQ 間の距離 d の最小値を求めなさい。

考え方 d^2 を時刻 t の2次関数で表し、 d^2 の最小値を考える。

解答 t 秒後の点 P, Q の座標は、それぞれ

$P(3t - 4, 0)$, $Q(0, 2t - 3)$ である。

$$d^2 = (3t - 4)^2 + (2t - 3)^2$$

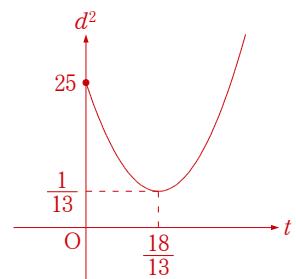
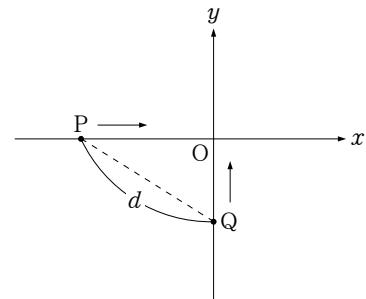
$$= 13t^2 - 36t + 25$$

$$= 13\left(t - \frac{18}{13}\right)^2 + \frac{1}{13}$$

$t \geq 0$ の範囲でグラフをかくと、右の図のようになる。

$t = \frac{18}{13}$ のとき、 d^2 は最小値 $\frac{1}{13}$ をとる。

よって、 d の最小値は $\frac{1}{\sqrt{13}}$ …答



数学1 2次関数 No.1

名前 _____

1 [絶対値と文字定数分離] x についての方程式 $(x-1)|x-5| - k = 0 \cdots \cdots ①$ について、次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y = (x-1)|x-5|$ のグラフをかきなさい。

(2) 方程式 ① が異なる 3 つの実数解をもつような k の範囲を求めなさい。

(3) (2) のとき、3 つの実数解を小さい方から順に α, β, γ とする。このとき、 α, β, γ の取り得る範囲をそれぞれ求めなさい。

数学1 2次関数 No.1

解答

1 [絶対値と文字定数分離] x についての方程式 $(x-1)|x-5|-k=0 \cdots \text{①}$ について、次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=(x-1)|x-5|$ のグラフをかきなさい。

解答 $x=5$ を境として、その前後に場合分けして考える。

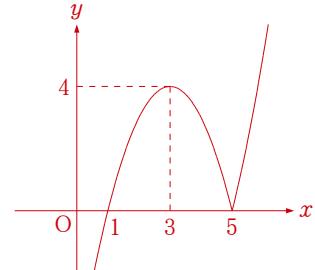
(i) $x \geq 5$ のとき

$$y=(x-1)(x-5)$$

(ii) $x < 5$ のとき

$$y=-(x-1)(x-5)$$

よって、グラフは右の図のようになる。…答



(2) 方程式①が異なる3つの実数解をもつような k の範囲を求めなさい。

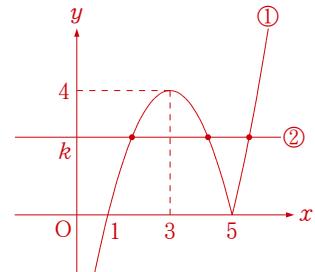
解答 方程式①を $(x-1)|x-5|=k$ と変形する。

$$\begin{cases} y=(x-1)|x-5| & \cdots \text{①} \\ y=k & \cdots \text{②} \end{cases}$$

方程式の実数解は、①と②のグラフの共有点(の x 座標)である。

右の図より、共有点が3つになるような k の範囲は、

$0 < k < 4$ …答



(3) (2)のとき、3つの実数解を小さい方から順に α, β, γ とする。このとき、 α, β, γ の取り得る範囲をそれぞれ求めなさい。

解答 α と β の範囲は、右の図からすぐに分かる。

$$1 < \alpha < 3 \cdots \text{答}$$

$$3 < \beta < 5 \cdots \text{答}$$

γ の範囲については、①において $y=4$ となる x の値のうち、3ではない方の値(図の s の値)を求めておく必要がある。

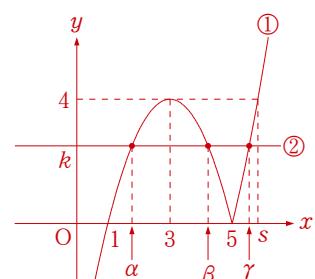
$x > 5$ の範囲で $4=(x-1)(x-5)$ を解くと、

$$x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$x = 3 + 2\sqrt{2} (=s)$$

よって、 $5 < \gamma < 3 + 2\sqrt{2}$ …答

参考 γ はギリシャ文字でガンマと読む。 r と間違えないようにしよう。



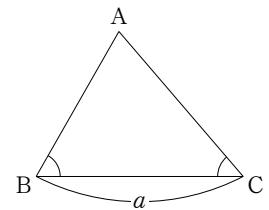
数学1 図形と計量 No.1

名前 _____

1 [三角形の面積 (1辺と両端角)] $\triangle ABC$ の面積 S について,

$$S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B+C)}$$

を証明しなさい。



数学1 図形と計量 No.1

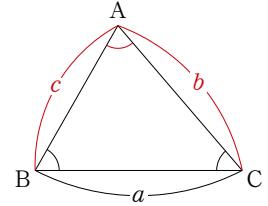
解答

- 1 [三角形の面積(1辺と両端角)] $\triangle ABC$ の面積 S について,

$$S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B+C)}$$

を証明しなさい。

考え方 分母の $\sin(B+C)$ は補角の公式により $\sin A$ に等しい。
 \sin が多く使われているので、正弦定理の利用を考える。



解答 既知の公式より,

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A \quad \dots \dots \textcircled{1}$$

正弦定理より,

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \quad b \text{について解くと, } b = \frac{\sin B}{\sin A} a \quad \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A} \quad c \text{について解くと, } c = \frac{\sin C}{\sin A} a \quad \dots \dots \textcircled{3}$$

①に②, ③を代入すると,

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin B}{\sin A} a \cdot \frac{\sin C}{\sin A} a \cdot \sin A \\ &= \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin A} \end{aligned}$$

$A + B + C = 180^\circ$ より, $\sin A = \sin(180^\circ - B - C) = \sin(B+C)$ なので,

$$S = \frac{a^2 \sin B \sin C}{2 \sin(B+C)} \quad \dots \text{終}$$

← 補角の公式

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$$

数学1 図形と計量 No.2

名前 _____

- 1 [三脚型の体積] $OA = OB = OC = 7$, $AB = 5$, $BC = 4$, $CA = 6$ である四面体 $OABC$ の体積 V を求めなさい。

数学1 図形と計量 No.2

解答

- 1 [三脚型の体積] $OA = OB = OC = 7$, $AB = 5$, $BC = 4$, $CA = 6$ である四面体 $OABC$ の体積 V を求めなさい。

考え方 三脚型の三角錐は、頂点から底面に下ろした垂線の足が、底面の三角形の外心になっている。

解答 $\triangle ABC$ において、余弦定理より、

$$\cos \angle BAC = \frac{6^2 + 5^2 - 4^2}{2 \cdot 6 \cdot 5} = \frac{3}{4}$$

$$\sin \angle BAC = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \cdots \cdots ①$$

よって、

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{15\sqrt{7}}{4} \quad \cdots \cdots ②$$

O から底面 ABC に下ろした垂線を OH とする。

$\triangle OHA$, $\triangle OHB$, $\triangle OHC$ において、

$OA = OB = OC$, $\angle OHA = \angle OHB = \angle OHC = 90^\circ$, OH は共通なので、

$\triangle OHA \equiv \triangle OHB \equiv \triangle OHC$

よって、 $AH = BH = CH$ となるので、 H は $\triangle ABC$ の外心である。

$\triangle ABC$ において、正弦定理より、

$$\frac{4}{\sin \angle BAC} = 2AH$$

これに ① を代入して解くと、

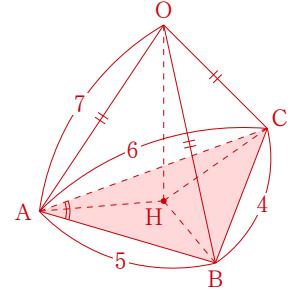
$$AH = \frac{8}{\sqrt{7}}$$

$\triangle OHA$ において、三平方の定理より、

$$OH = \sqrt{7^2 - \left(\frac{8}{\sqrt{7}}\right)^2} = \frac{3\sqrt{31}}{\sqrt{7}} \quad \cdots \cdots ③$$

②, ③ より、求める体積 V は、

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{15\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{3\sqrt{31}}{\sqrt{7}} = \frac{15\sqrt{31}}{4} \quad \cdots \text{答}$$



数学1 データの分析 No.1

名前 _____

- 1 [分散と平方和] 次の表は、10人のクラスで数学の試験を行ったときの各生徒の得点である。

生徒番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合計
得点	70	68	72	62	52	68	80	81	70	77	700

この10人の得点の平均値は70点、分散は67である。

- (1) 10人の得点の平方和(それぞれの得点を2乗して合計した値)を求めなさい。

- (2) この10人に、得点が65点と87点の生徒2人を加えたとき、12人の得点の平均値と分散を求めなさい。

- (3) のちに生徒番号1の70点は誤りで、正しくは60点であることが分かった。修正後の10人の得点の平均値と分散を求めなさい。

数学1 データの分析 No.1

解答

- 1 [分散と平方和] 次の表は、10人のクラスで数学の試験を行ったときの各生徒の得点である。

生徒番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合計
得点	70	68	72	62	52	68	80	81	70	77	700

この10人の得点の平均値は70点、分散は67である。

- (1) 10人の得点の平方和(それぞれの得点を2乗して合計した値)を求めなさい。

解答 得点を x で表すと、

$$\bar{x} = 70$$

$$s_x^2 = 67$$

これらを公式 $s_x^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2$ に代入すると、

$$67 = \bar{x^2} - 70^2$$

これを解くと、

$$\bar{x^2} = 4967$$

よって、10人の得点の平方和は、

$$4967 \times 10 = 49670 \cdots \text{答}$$

- (2) この10人に、得点が65点と87点の生徒2人を加えたとき、12人の得点の平均値と分散を求めなさい。

解答 平均値は、

$$\frac{70 \times 10 + 65 + 87}{12} = \frac{852}{12} = 71 \text{ (点)} \cdots \text{答}$$

12人の得点の平方和は、

$$49670 + 65^2 + 87^2 = 61464$$

公式 $s_x^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2$ より、12人の得点の分散は、

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \frac{61464}{12} - 71^2 \\ &= 5122 - 5041 \\ &= 81 \cdots \text{答} \end{aligned}$$

- (3) のちに生徒番号1の70点は誤りで、正しくは60点であることが分かった。修正後の10人の得点の平均値と分散を求めなさい。

解答 合計点は10点下がるので、修正後の平均値は、

$$\frac{700 - 10}{10} = \frac{690}{10} = 69 \text{ (点)} \cdots \text{答}$$

平方和は $70^2 - 60^2 = 1300$ 下がるので、修正後の平方和は、

$$49670 - 1300 = 48370$$

公式 $s_x^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2$ より、修正後の分散は、

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \frac{48370}{10} - 69^2 \\ &= 5122 - 5041 \\ &= 76 \cdots \text{答} \end{aligned}$$

数学1 データの分析 No.2

名前 _____

- 1 [分散の公式・共分散の公式の利用] $xy = 12$ を満たす自然数の組 (x, y) は全部で 6 組ある。これをデータと考えて、相関係数 r_{xy} を小数第 2 位までの概数で求めなさい。

数学1 データの分析 No.2

解答

- 1 [分散の公式・共分散の公式の利用] $xy = 12$ を満たす自然数の組 (x, y) は全部で 6 組ある。これをデータと考えて、相関係数 r_{xy} を小数第 2 位までの概数で求めなさい。

考え方 6 つの値の平均は $\frac{1+2+3+4+6+12}{6} = \frac{14}{3}$ になり分数である。これでは偏差 $x - \bar{x}$, $y - \bar{y}$ がすべて分数になり、分散や共分散の定義に従って計算するのは面倒である。このような場合は、

$$\text{分散の公式 } s_x^2 = \bar{x^2} - (\bar{x})^2$$

$$\text{共分散の公式 } s_{xy} = \bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

を使うと計算が楽になる。

解答 次のような表を書いて、 \bar{x} , \bar{y} , $\bar{x^2}$, $\bar{y^2}$, \bar{xy} を求める。

	x	y	x^2	y^2	xy
A	1	12	1	144	12
B	2	6	4	36	12
C	3	4	9	16	12
D	4	3	16	9	12
E	6	2	36	4	12
F	12	1	144	1	12
合計	28	28	210	210	72
平均	$\frac{14}{3}$	$\frac{14}{3}$	35	35	12

x の分散 s_x^2 を求めると、

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \bar{x^2} - (\bar{x})^2 && \leftarrow \text{分散の公式} \\ &= 35 - \left(\frac{14}{3}\right)^2 = \frac{119}{9} \end{aligned}$$

y の分散も同じである。

$$s_y^2 = \frac{119}{9}$$

x と y の共分散 s_{xy} を求めると、

$$\begin{aligned} s_{xy} &= \bar{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y} && \leftarrow \text{共分散の公式} \\ &= 12 - \left(\frac{14}{3}\right)^2 = -\frac{88}{9} \end{aligned}$$

x と y の相関係数 r_{xy} を求めると、

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{-\frac{88}{9}}{\sqrt{\frac{119}{9}} \sqrt{\frac{119}{9}}} = -\frac{88}{119} \doteq -0.74 \quad \cdots \text{答}$$

参考 反比例 $y = \frac{12}{x}$ のグラフを考えると、やや強めの負の相関があることは分かるので、大体予想通りの値になったと言える。