中 3 数学　式の展開　No.1

名前 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ ［**3 項式の 2 乗**］ $(2a+3b-5)^2$ を次の 3 通りの方法で展開しなさい。

(1)　3×3＝9 通りのかけ算を行い，同類項をまとめる。

(2)　$2a+3b$ をひとかたまりの項と考え，(2 項式$)^2$ の公式を使う。

(3)　公式 $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$ を利用する。

$\boxed{2}$ ［**3 項式の 2 乗**］ 公式 $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$ を利用して，次の式を展開しなさい。

(1)　$(3a-b+2)^2$

(2)　$(5a+3b-4c)^2$

中3数学　式の展開　No.1

解答

$\boxed{1}$ ［**3項式の2乗**］ $(2a+3b-5)^2$ を次の3通りの方法で展開しなさい。

(1)　$3\times3=9$ 通りのかけ算を行い，同類項をまとめる。

$\boxed{解答}$　$(2a+3b-5)(2a+3b-5)$

$=4a^2+6ab-10a+6ab+9b^2-15b-10a-15b+25$

$=\mathbf{4a^2+12ab+9b^2-20a-30b+25}$　$\cdots\boxed{答}$

(2)　$2a+3b$ をひとかたまりの項と考え，(2項式$)^2$ の公式を使う。

$\boxed{解答}$　$\{(2a+3b)-5\}^2$

$=(2a+3b)^2-10(2a+3b)+25$

$=\mathbf{4a^2+12ab+9b^2-20a-30b+25}$　$\cdots\boxed{答}$

$\boxed{別解}$ 置き換えを使って表すと，

$(2a+3b-5)^2$

$=(M-5)^2$　　← $2a+3b=M$ とおいた

$=M^2-10M+25$

$=(2a+3b)^2-10(2a+3b)+25$　　← M を $2a+3b$ に戻した

$=\mathbf{4a^2+12ab+9b^2-20a-30b+25}$　$\cdots\boxed{答}$

(3)　公式 $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$ を利用する。

$\boxed{解答}$　$(2a+3b-5)^2$

$=\mathbf{4a^2+9b^2+25+12ab-30b-20a}$　$\cdots\boxed{答}$

$\boxed{2}$ ［**3項式の2乗**］ 公式 $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$ を利用して，次の式を展開しなさい。

(1)　$(3a-b+2)^2$

$=\mathbf{9a^2+b^2+4-6ab-4b+12a}$　$\cdots\boxed{答}$

(2)　$(5a+3b-4c)^2$

$=\mathbf{25a^2+9b^2+16c^2+30ab-24bc-40ca}$　$\cdots\boxed{答}$

中3数学　因数分解　No.1

名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

$\boxed{1}$ ［**因数分解の利用**］ 次の計算をしなさい。(計算過程を示すこと)

(1) 178^2-78^2

(2) $96^2+3\times96-4$

$\boxed{2}$ ［**因数分解の利用**］ 次の計算をしなさい。(計算過程を示すこと)

(1) $295^2-293\times297$

(2) $374\times384-373\times385$

$\boxed{3}$ ［**因数分解の利用**］ 次の問いに答えなさい。

(1) $\dfrac{42^2-1}{44^2-1}$ を約分しなさい。

(2) 9991 を素因数分解しなさい。

中3数学　因数分解　No.1

解答

$\boxed{1}$ ［**因数分解の利用**］次の計算をしなさい。（計算過程を示すこと）

(1)　178^2-78^2

$=(178+78)(178-78)$

$=256\times100$

$=\mathbf{25600}$　…$\boxed{答}$

(2)　$96^2+3\times96-4$

$=(96+4)(96-1)$

$=100\times95$

$=\mathbf{9500}$　…$\boxed{答}$

$\boxed{2}$ ［**因数分解の利用**］次の計算をしなさい。（計算過程を示すこと）

(1)　$295^2-293\times297$

$=295^2-(295-2)(295+2)$

$=295^2-(295^2-2^2)$

$=2^2$

$=\mathbf{4}$　…$\boxed{答}$

(2)　$374\times384-373\times385$

$=374\times384-(374-1)(384+1)$

$=374\times384-(374\times384+374-384-1)$

$=-374+384+1$

$=\mathbf{11}$　…$\boxed{答}$

$\boxed{3}$ ［**因数分解の利用**］次の問いに答えなさい。

(1)　$\dfrac{42^2-1}{44^2-1}$ を約分しなさい。

$$\frac{42^2-1^2}{44^2-1^2}=\frac{(42+1)(42-1)}{(44+1)(44-1)}$$

$$=\frac{43\times41}{45\times43}$$

$$=\mathbf{\frac{41}{45}}$$　…$\boxed{答}$

(2)　9991 を素因数分解しなさい。

$9991=10000-9$

$=(100+3)(100-3)$

$=103\times97$

97 と 103 は素数である。

$9991=\mathbf{97\times103}$　…$\boxed{答}$

中3数学　平方根　No.1

名前 ____________________

$\boxed{1}$ ［$\sqrt{n}$ **の値の範囲**］次の問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{61}$ の整数部分を求めなさい。

(2) $\sqrt{n}$ の整数部分が3となるような整数 n をすべて求めなさい。

(3) $n<\sqrt{29}<n+1$ を満たす整数 n を求めなさい。

(4) $n<\sqrt{40}<n+3$ を満たす整数 n をすべて求めなさい。

中3数学　平方根　No.1

解答

$\boxed{1}$ ［$\sqrt{\boldsymbol{n}}$ **の値の範囲**］次の問いに答えなさい。

(1)　$\sqrt{61}$ の整数部分を求めなさい。

解答　$\sqrt{49} \leqq \sqrt{61} < \sqrt{64}$

$7 \leqq \sqrt{61} < 8$

よって，$\sqrt{61}$ の整数部分は **7**　… 答

(2)　$\sqrt{n}$ の整数部分が 3 となるような整数 n をすべて求めなさい。

解答　$3 \leqq \sqrt{n} < 4$

$\sqrt{9} \leqq \sqrt{n} < \sqrt{16}$

これを満たす整数 n は，$\boldsymbol{n = 9,\ 10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15}$　… 答

(3)　$n < \sqrt{29} < n+1$ を満たす整数 n を求めなさい。

解答　$\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36}$

$\underline{\underline{5}} < \sqrt{29} < 6$

よって，$\boldsymbol{n = 5}$　… 答

(4)　$n < \sqrt{40} < n+3$ を満たす整数 n をすべて求めなさい。

解答　$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$ より，

$\sqrt{40}$ は 6 と 7 の間にある。

$\underline{\underline{4}} < \sqrt{40} < 7$

$\underline{\underline{5}} < \sqrt{40} < 8$

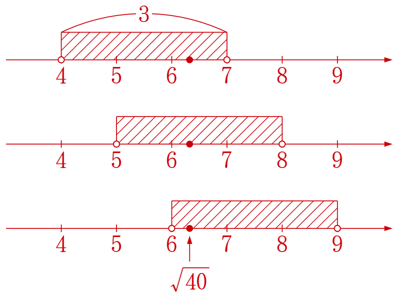
$\underline{\underline{6}} < \sqrt{40} < 9$

よって，$\boldsymbol{n = 4,\ 5,\ 6}$　… 答

$n = 4$ のとき，

$n = 5$ のとき，

$n = 6$ のとき，



中 3 数学　2 次方程式　No.1

名前

$\boxed{1}$ ［**2 次方程式の解法**］次の 2 次方程式を解きなさい。

(1)　$5x^2 = 125$

(2)　$(2x-1)^2 = 49$

(3)　$x^2 + 3x - 28 = 0$

(4)　$2x^2 - 8x - 42 = 0$

(5)　$x^2 + 6x - 3 = 0$

(6)　$\dfrac{x^2}{6} - \dfrac{x}{3} + \dfrac{1}{6} = 0$

(7)　$(x+2)(x-3) = 6$

(8)　$(x-2)^2 - 3(x-2) - 4 = 0$

中3数学　2次方程式　No.1

解答

$\boxed{1}$ ［**2次方程式の解法**］次の2次方程式を解きなさい。

(1)　$5x^2 = 125$

$x^2 = 25$

$\boldsymbol{x = \pm 5}$　… 答　　← 25の平方根は ±5

(2)　$(2x-1)^2 = 49$

$2x-1 = \pm 7$　　← 49の平方根は ±7

$2x = 1 \pm 7$

$x = \dfrac{1 \pm 7}{2}$

$\boldsymbol{x = 4,\ -3}$　… 答

(3)　$x^2 + 3x - 28 = 0$

$(x-4)(x+7) = 0$

$\boldsymbol{x = 4,\ -7}$　… 答

(4)　$2x^2 - 8x - 42 = 0$

$x^2 - 4x - 21 = 0$　　← 両辺を2で割った

$(x-7)(x+3) = 0$

$\boldsymbol{x = 7,\ -3}$　… 答

(5)　$x^2 + 6x - 3 = 0$

$x = \dfrac{-6 \pm \sqrt{36+12}}{2}$　　← 解の公式

$= \dfrac{-6 \pm 4\sqrt{3}}{2}$

$= \boldsymbol{-3 \pm 2\sqrt{3}}$　… 答

(6)　$\dfrac{x^2}{6} - \dfrac{x}{3} + \dfrac{1}{6} = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$　　← 両辺に6をかけた

$(x-1)^2 = 0$

$x - 1 = 0$

$\boldsymbol{x = 1}$　… 答

(7)　$(x+2)(x-3) = 6$

$x^2 - x - 6 = 6$

$x^2 - x - 12 = 0$

$(x-4)(x+3) = 0$

$\boldsymbol{x = 4,\ -3}$　… 答

(8)　$(x-2)^2 - 3(x-2) - 4 = 0$

$\{(x-2)-4\}\{(x-2)+1\} = 0$

$(x-6)(x-1) = 0$

$\boldsymbol{x = 6,\ 1}$　… 答

別解　一旦展開すると，

$x^2 - 4x + 4 - 3x + 6 - 4 = 0$

$x^2 - 7x + 6 = 0$

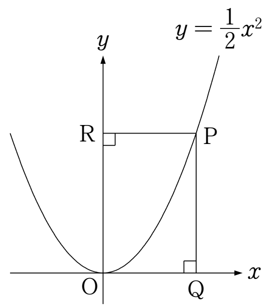
$(x-6)(x-1) = 0$

$\boldsymbol{x = 6,\ 1}$　… 答

中3数学 2次関数 No.1

名前

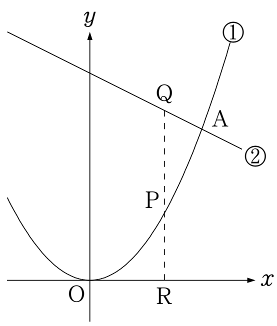
$\boxed{1}$ ［**座標のパラメータ表示**］右の図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の $x>0$ の部分に点 P をとり，点 P から x 軸に垂線 PQ，y 軸に垂線 PR をひく。



(1) 長方形 PQOR が正方形になるときの点 P の座標を求めなさい。

(2) 長方形 PQOR の周の長さが 48 になるときの点 P の座標を求めなさい。

$\boxed{2}$ ［**座標のパラメータ表示**］右の図のように，放物線 ①：$y=\dfrac{1}{4}x^2$ と，直線 ②：$y=-\dfrac{1}{2}x+6$ があり，その交点のうち x 座標が正である点を A とする。また，① 上の OA 間に点 P をとり，点 P と x 座標が等しくなるように，② 上に点 Q，x 軸上に点 R をとる。



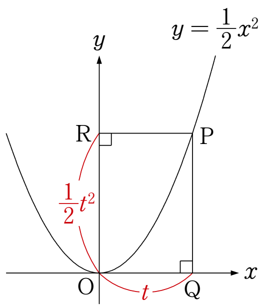
(1) PQ $=4$ のとき，点 P の座標を求めなさい。

(2) 点 P が QR の中点となるとき，点 P の座標を求めなさい。

中3数学　2次関数　No.1

解答

$\boxed{1}$ ［**座標のパラメータ表示**］右の図のように，放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の $x>0$ の部分に点 P をとり，点 P から x 軸に垂線 PQ，y 軸に垂線 PR をひく。



(1)　長方形 PQOR が正方形になるときの点 P の座標を求めなさい。

解答　点 P の座標を $\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$ とおく。$(t>0)$

OQ＝OR より，$t=\frac{1}{2}t^2$，これを解いて，$t=0,\ 2$

ただし，$t>0$ なので，$t=2$

よって，点 P の座標は **(2，2)**　… 答

別解　放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=x$ の交点を求めてもよい。

(2)　長方形 PQOR の周の長さが 48 になるときの点 P の座標を求めなさい。

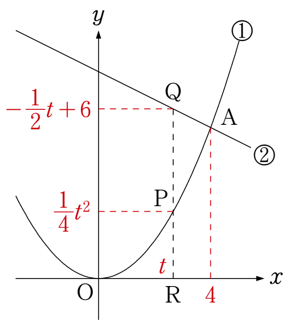
解答　点 P の座標を $\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$ とおく。$(t>0)$

$2(\mathrm{OQ}+\mathrm{OR})=48$ より，$2\left(t+\frac{1}{2}t^2\right)=48$，これを解いて，$t=-8,\ 6$

ただし，$t>0$ なので，$t=6$

よって，点 P の座標は **(6，18)**　… 答

$\boxed{2}$ ［**座標のパラメータ表示**］右の図のように，放物線 ①：$y=\frac{1}{4}x^2$ と，直線 ②：$y=-\frac{1}{2}x+6$ があり，その交点のうち x 座標が正である点を A とする。また，① 上の OA 間に点 P をとり，点 P と x 座標が等しくなるように，② 上に点 Q，x 軸上に点 R をとる。



(1)　PQ＝4 のとき，点 P の座標を求めなさい。

解答　点 P の x 座標を t $(0<t<4)$ とおくと，

点 P，Q の y 座標は，それぞれ $\frac{1}{4}t^2$，$-\frac{1}{2}t+6$ と表される。

PQ＝4 より，$\left(-\frac{1}{2}t+6\right)-\frac{1}{4}t^2=4$，これを解いて，$t=-4,\ 2$

ただし，$0<t<4$ なので，$t=2$

よって，点 P の座標は **(2，1)**　… 答

(2)　点 P が QR の中点となるとき，点 P の座標を求めなさい。

解答　点 P，Q，R の座標の設定は (1) と同じとする。

QR＝2PR より，$-\frac{1}{2}t+6=2\left(\frac{1}{4}t^2\right)$，これを解いて，$t=-4,\ 3$

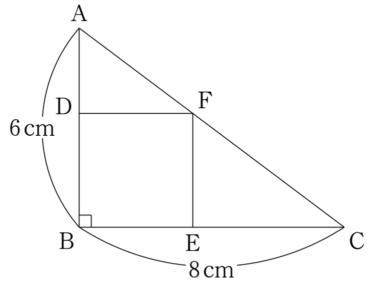
ただし，$0<t<4$ なので，$t=3$

よって，点 P の座標は $\left(\mathbf{3},\ \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{4}}\right)$　… 答

中３数学　図形の相似　No.1

名前

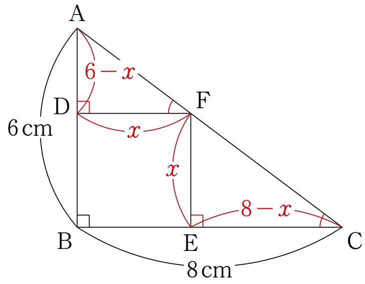
1 ［**相似比の利用**］右の図の直角三角形 ABC において，３辺 AB，BC，CA 上にそれぞれ点 D，E，F をとり，四角形 DBEF が正方形になるようにする。このとき，正方形 DBEF の１辺の長さを求めなさい。



中3数学　図形の相似　No.1

解答

1 ［**相似比の利用**］右の図の直角三角形 ABC において，3 辺 AB，BC，CA 上にそれぞれ点 D，E，F をとり，四角形 DBEF が正方形になるようにする。このとき，正方形 DBEF の 1 辺の長さを求めなさい。



解答 正方形の 1 辺の長さを x cm とすると，

$\mathrm{AD}=6-x$ (cm)

$\mathrm{EC}=8-x$ (cm)

と表せる。

△ADF と △FEC において，

仮定より，∠ADF ＝ ∠FEC （＝ 90°）

DF // BC の同位角より，∠AFD ＝ ∠FCE

2 組の角がそれぞれ等しいので，△ADF ∽ △FEC

よって，$(6-x):x=x:(8-x)$

これを解くと，$x=\dfrac{24}{7}$

よって，正方形の 1 辺の長さは，$\boldsymbol{\dfrac{24}{7}}$ **cm** … 答

別解 △ADF，△FEC，△ABC はすべて相似なので，

△ADF ∽ △ABC を利用するなら，$(6-x):x=6:8$

△FEC ∽ △ABC を利用するなら，$x:(8-x)=6:8$

どれを解いても，$x=\dfrac{24}{7}$ となる。

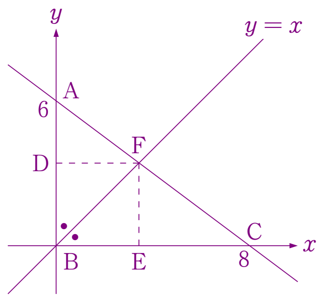
別解 （連比の利用）

AD : DF ＝ FE : EC ＝ 3 : 4

DF ＝ FE なので，AD : DF : FE : EC ＝ 9 : 12 : 12 : 16

AD＋FE ＝ 6cm なので，$\mathrm{FE}=6\mathrm{cm}\times\dfrac{12}{9+12}=\boldsymbol{\dfrac{24}{7}}$ **cm** … 答

別解 （作図的発想）



B を原点とし，A(0, 6)，C(8, 0) となる座標平面を考える。

点 F は ∠ABC の二等分線と直線 AC との交点である。

∠ABC の二等分線の式は，$y=x$ …… ①

直線 AC の式は，$y=-\dfrac{3}{4}x+6$ …… ②

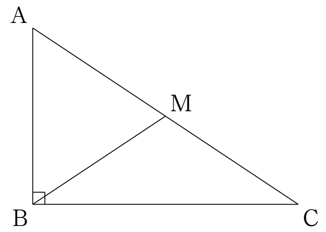
①，② を解くと，$x=y=\dfrac{24}{7}$，すなわち，$\mathrm{F}\left(\dfrac{24}{7},\ \dfrac{24}{7}\right)$

よって，正方形の 1 辺の長さは，$\boldsymbol{\dfrac{24}{7}}$ **cm** … 答

中 3 数学　図形の相似　No.2

名前

$\boxed{1}$ ［**中点連結定理の利用**］ 次の問いに答えなさい。



(1) 右の図の △ABC で，∠B = 90°，点 M は辺 AC の中点である。このとき，AM = BM = CM であることを次のように証明した。

$\boxed{}$ にあてはまるものを答えなさい。

［証明］

点 M から AB，BC にそれぞれ垂線 MH，MK をひく。

四角形 MHBK は，すべての $\boxed{\text{ア}}$ が等しいので長方形であり，

長方形の性質より，$\boxed{\text{イ}}$ = $\boxed{\text{ウ}}$ …… ①

AM = CM，MH // BC より，$\boxed{\text{エ}}$ = $\boxed{\text{オ}}$ …… ②

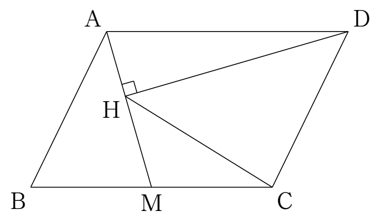
AM = CM，MK // AB より，$\boxed{\text{カ}}$ = $\boxed{\text{キ}}$ …… ③

②，③ より，△ABC に中点連結定理を用いて，$\boxed{\text{ウ}} = \frac{1}{2}\text{AC}$ …… ④

①，④ より，$\boxed{\text{イ}} = \frac{1}{2}\text{AC}$ …… ⑤

仮定より，$\boxed{\text{ク}} = \boxed{\text{ケ}} = \frac{1}{2}\text{AC}$ …… ⑥

⑤，⑥ より，AM = BM = CM　… $\boxed{\text{終}}$



(2) 右の図のように，▱ABCD の辺 BC の中点を M とし，頂点 D から AM に垂線 DH をひく。このとき，CD = CH であることを証明しなさい。

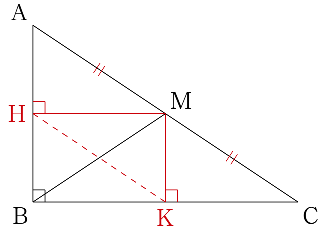
ただし，証明の中で (1) の結果を利用すること。

中３数学　図形の相似　No.2

解答

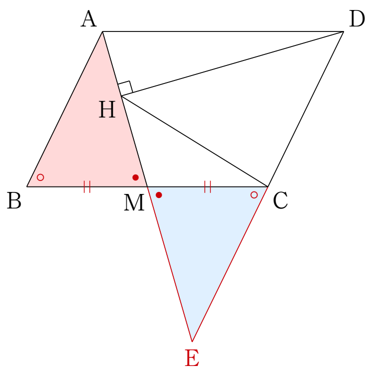
1 ［中点連結定理の利用］次の問いに答えなさい。

(1) 右の図の △ABC で，∠B = 90°，点 M は辺 AC の中点である。このとき，AM = BM = CM であることを次のように証明した。
□にあてはまるものを答えなさい。



［証明］
点 M から AB，BC にそれぞれ垂線 MH，MK をひく。
四角形 MHBK は，すべての ア 内角 が等しいので長方形であり，
長方形の性質より，イ BM = ウ HK …… ①
AM = CM，MH // BC より，エ AH = オ BH …… ②
AM = CM，MK // AB より，カ CK = キ BK …… ③
②，③ より，△ABC に中点連結定理を用いて，ウ = $\frac{1}{2}$AC …… ④
①，④ より，イ = $\frac{1}{2}$AC …… ⑤
仮定より，ク AM = ケ CM = $\frac{1}{2}$AC …… ⑥
⑤，⑥ より，AM = BM = CM　… 終

(2) 右の図のように，▱ABCD の辺 BC の中点を M とし，頂点 D から AM に垂線 DH をひく。このとき，CD = CH であることを証明しなさい。
　ただし，証明の中で (1) の結果を利用すること。

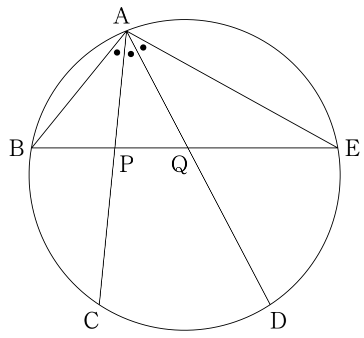


解答　直線 AM と直線 CD の交点を E とする。
△ABM と △ECM において，
　仮定より，BM = CM
　対頂角は等しいので，∠AMB = ∠EMC
　AB // CD の錯角より，∠ABM = ∠ECM
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，△ABM ≡ △ECM
よって，AB = EC …… ①
平行四辺形の対辺なので，AB = DC …… ②
①，② より，EC = DC …… ③
△DHE において，
　仮定より，∠DHE = 90°
　③ より，点 C は辺 DE の中点
よって，(1) の結果より，DC = HC = EC
ゆえに，CD = CH　… 終

中 3 数学　円周角　No.1

名前

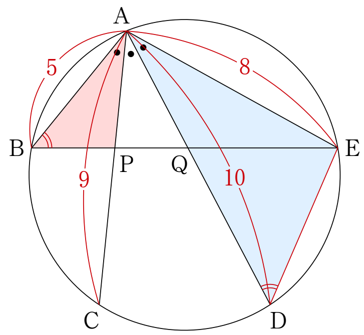
1 ［**円周角と相似**］右の図のように，円周上に 5 点 A，B，C，D，E があり，AC と AD は ∠BAE を 3 等分している。また，AC と AD が BE と交わる点をそれぞれ P，Q とする。AB ＝ 5，AC ＝ 9，AD ＝ 10，AE ＝ 8 のとき，BP : PQ : QE を求めなさい。

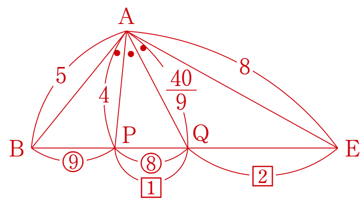


中 3 数学　円周角　No.1

解答

1 ［**円周角と相似**］右の図のように，円周上に 5 点 A，B，C，D，E があり，AC と AD は ∠BAE を 3 等分している。また，AC と AD が BE と交わる点をそれぞれ P，Q とする。AB＝5，AC＝9，AD＝10，AE＝8 のとき，BP : PQ : QE を求めなさい。





解答 △ABP ∽ △ADE より，

AB : AD ＝ AP : AE

5 : 10 ＝ AP : 8

AP ＝ 4

同様に，△ABC ∽ △AQE から，

AB : AQ ＝ AC : AE

5 : AQ ＝ 9 : 8

AQ ＝ $\frac{40}{9}$

△ABQ において，AP は ∠BAQ を 2 等分しているので，

BP : PQ ＝ AB : AQ

＝ 5 : $\frac{40}{9}$

＝ 9 : 8　　…… ②

△APE でも同様にして，

PQ : QE ＝ AP : AE

＝ 4 : 8

＝ 1 : 2　　…… ①

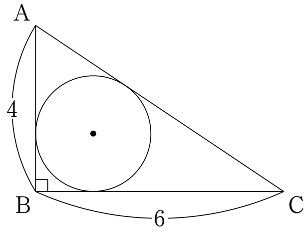
①，② より，BP : PQ : QE ＝ **9 : 8 : 16** … 答　　← 連比をとった

中 3 数学　三平方の定理　No.1

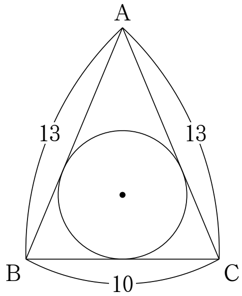
名前

$\boxed{1}$ ［**三角形の内接円**］次の △ABC について，内接円の半径を求めなさい。

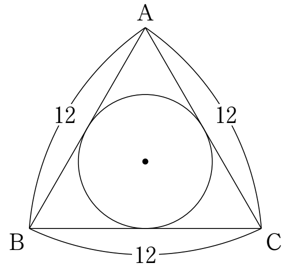
(1)



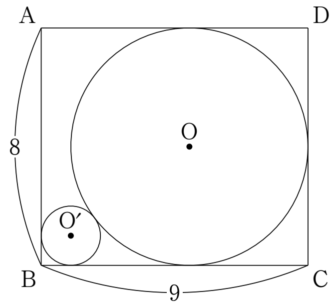
(2)



(3)



$\boxed{2}$ ［**長方形に内接する 2 円**］AB = 8，BC = 9 の長方形 ABCD と，その内部に互いに外接する円 O，O′ がある。円 O は辺 BC，CD，AD に接し，円 O′ は辺 AB，BC に接している。このとき，円 O′ の半径を求めなさい。

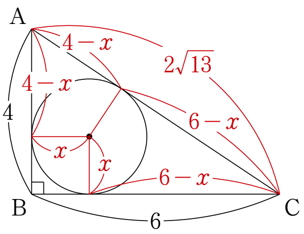


中3数学　三平方の定理　No.1

解答

1 ［**三角形の内接円**］次の △ABC について，内接円の半径を求めなさい。

(1)



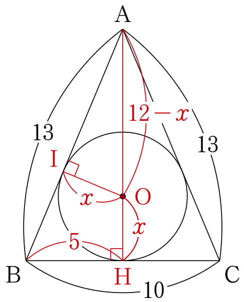
$\mathrm{AC}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$

円の半径を x とすると，

$(4-x)+(6-x)=2\sqrt{13}$

$\boldsymbol{x=5-\sqrt{13}}$ … 答

(2)



$\mathrm{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

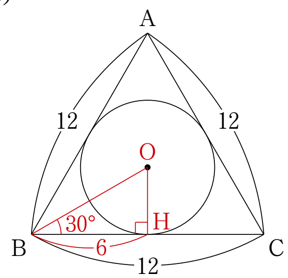
円の半径を x とすると，

$\triangle\mathrm{AOI}\backsim\triangle\mathrm{ABH}$ より，

$(12-x):x=13:5$

$\boldsymbol{x=\dfrac{10}{3}}$ … 答

(3)



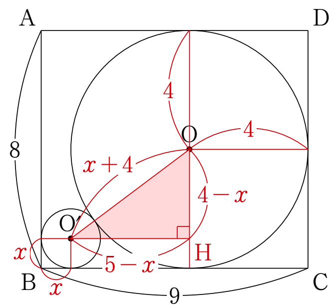
$\angle\mathrm{OBH}=30°$ より，

$\mathrm{OH}:\mathrm{BH}=1:\sqrt{3}$

よって，円の半径は，

$\mathrm{OH}=\dfrac{\mathrm{BH}}{\sqrt{3}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=\boldsymbol{2\sqrt{3}}$ … 答

2 ［**長方形に内接する 2 円**］$\mathrm{AB}=8$，$\mathrm{BC}=9$ の長方形 ABCD と，その内部に互いに外接する円 O，O′ がある。円 O は辺 BC，CD，AD に接し，円 O′ は辺 AB，BC に接している。このとき，円 O′ の半径を求めなさい。



解答 右の図のように △OO′H をつくる。

円 O′ の半径を x とすると，

$\mathrm{OO'}=x+4$，$\mathrm{OH}=4-x$，$\mathrm{O'H}=9-(x+4)=5-x$

三平方の定理より，$\mathrm{OO'}^2=\mathrm{OH}^2+\mathrm{O'H}^2$ なので，

$(x+4)^2=(4-x)^2+(5-x)^2$

$x^2-26x+25=0$

$(x-1)(x-25)=0$

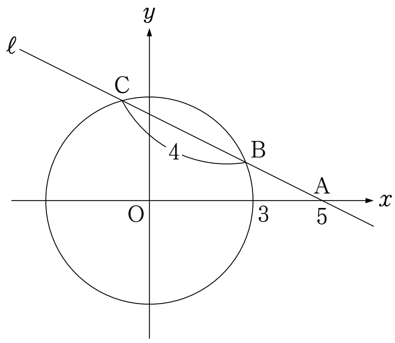
$0<x<4$ より，$x=1$

よって，円 O′ の半径は **1** … 答

中3数学　三平方の定理　No.2

名前

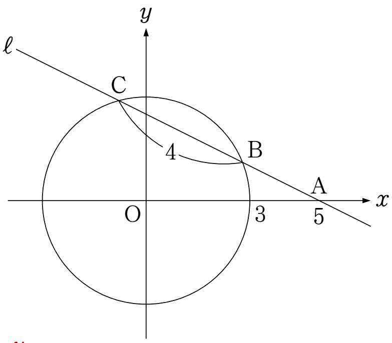
$\boxed{1}$ ［**座標平面上の円**］原点 O を中心とする半径 3 の円と，点 A(5, 0) を通る直線 ℓ が，2 点 B,C で交わっている。弦 BC の長さが 4 であるとき，直線 ℓ の式を求めなさい。ただし，ℓ の傾きは負とする。



中 3 数学　三平方の定理　No.2

解答

1 ［**座標平面上の円**］原点 O を中心とする半径 3 の円と，点 A(5, 0) を通る直線 ℓ が，2 点 B,C で交わっている。弦 BC の長さが 4 であるとき，直線 ℓ の式を求めなさい。ただし，ℓ の傾きは負とする。



考え方 中心から弦に垂線を下ろして直角三角形をつくり，三平方の定理を使う。

解答 O から BC にひいた垂線を OH とすると，H は BC の中点なので，

$$\mathrm{BH} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

△OBH に三平方の定理を用いて，

$$\mathrm{OH} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

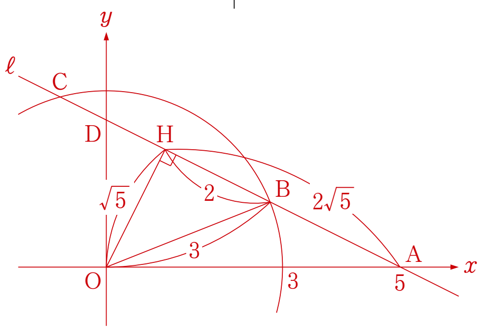
△OAH に三平方の定理を用いて，

$$\mathrm{AH} = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$$

直線 ℓ と y 軸との交点を D とすると，

△AOD ∽ △AHO より，

$$\frac{\mathrm{DO}}{\mathrm{AO}} = \frac{\mathrm{OH}}{\mathrm{AH}} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$



すなわち，直線 ℓ の傾きは $-\frac{1}{2}$

A(5, 0) を通り，傾きが $-\frac{1}{2}$ の直線の式を求めると，

$$y = -\frac{1}{2}(x-5)+0$$

$$= -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

よって，直線 ℓ の式は，$\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}}$　… 答

参考 $\frac{\mathrm{DO}}{\mathrm{AO}}$ と $\frac{\mathrm{OH}}{\mathrm{AH}}$ は，どちらも ∠OAD がつくる傾斜を $\frac{垂直距離}{水平距離}$ で表すものである。

いま，A の位置に立ってると考えて，

$\frac{\mathrm{DO}}{\mathrm{AO}}$ は，AO を水平方向として，AD を見上げたときの傾斜を表す。

$\frac{\mathrm{OH}}{\mathrm{AH}}$ は，AH を水平方向として，AO を見上げたときの傾斜を表す。

このように考えると，どちらも傾斜角は ∠OAD で共通なので，等しいのは当たり前である。

この分数の値を tan∠OAD と表す。tan はタンジェントと読み，高校の数学 I で学習する。

中 3 数学　標本調査　No.1

名前

1 ［**標本調査**］糖度が 14 度以上の林檎を甘い林檎とよぶ。ある果樹園で収穫された 11740 個の林檎から，60 個を無作為に抽出して糖度を調べたところ，甘い林檎は 23 個あった。この結果から，収穫した 11740 個の林檎のうち，甘い林檎は何個あると推定されるか。上から 2 桁の概数で答えなさい。

2 ［**標本調査**］A 市のすべての中学生 7840 人のうち，無作為に抽出した 200 人について，家庭での 1 日の学習時間を調査したところ，右の度数分布表のような結果となった。この調査結果によると，家庭での 1 日の学習時間が 120 分以上の中学生は，A 市全体では何人いると推定されるか。上から 2 桁の概数で答えなさい。

学習時間 (分)	度数 (人)
以上　　未満	
0 ～ 30	6
30 ～ 60	27
60 ～ 90	46
90 ～ 120	67
120 ～ 150	40
150 ～ 180	14
計	200

中 3 数学　標本調査　No.1

解答

1　［**標本調査**］糖度が 14 度以上の林檎を甘い林檎とよぶ。ある果樹園で収穫された 11740 個の林檎から，60 個を無作為に抽出して糖度を調べたところ，甘い林檎は 23 個あった。この結果から，収穫した 11740 個の林檎のうち，甘い林檎は何個あると推定されるか。上から 2 桁の概数で答えなさい。

解答　収穫した林檎全体のうちの甘い林檎の個数を x 個とする。

林檎全体において，甘い林檎の割合は，$\dfrac{x}{11740}$　…… ①

60 個の標本において，甘い林檎の割合は，$\dfrac{23}{60}$　…… ②

① と ② はほぼ等しいと考えられるから，$\dfrac{x}{11740}=\dfrac{23}{60}$

これを解いて，$x=\dfrac{11740\times 23}{60}=\dfrac{13501}{3}=4500.3\cdots\cdots \fallingdotseq 4500$

答　**およそ 4500 個**

2　［**標本調査**］A 市のすべての中学生 7840 人のうち，無作為に抽出した 200 人について，家庭での 1 日の学習時間を調査したところ，右の度数分布表のような結果となった。この調査結果によると，家庭での 1 日の学習時間が 120 分以上の中学生は，A 市全体では何人いると推定されるか。上から 2 桁の概数で答えなさい。

学習時間 (分)	度数 (人)
以上　未満 0 ～ 30	6
30 ～ 60	27
60 ～ 90	46
90 ～ 120	67
120 ～ 150	40
150 ～ 180	14
計	200

解答　「1 日の学習時間が 120 分以上である」という条件を P とする。

A 市の中学生全体のうち，P を満たす生徒の人数を x 人とする。

A 市の中学生全体において，P を満たす生徒の割合は，

$\dfrac{x}{7840}$　…… ①

200 人の標本において，P を満たす生徒の割合は，　← いわゆる相対度数

$\dfrac{40+14}{200}=\dfrac{27}{100}$　…… ②

① と ② はほぼ等しいと考えられるから，

$\dfrac{x}{7840}=\dfrac{27}{100}$

これを解いて，

$x=\dfrac{7840\times 27}{100}=\dfrac{211680}{100}=2116.8 \fallingdotseq 2100$

答　**およそ 2100 人**