

中3数学 三平方の定理 No.1

解答

1 [弦の長さ] 原点Oを中心とする半径3の円と、点A(5, 0)を通る直線ℓが、2点B, Cで交わっている。弦BCの長さが4であるとき、直線ℓの式を求めなさい。ただし、ℓの傾きは負とする。

【考え方】 中心から弦に垂線を下ろして直角三角形をつくり、三平方の定理を使う。

【解答】 OからBCにひいた垂線をOHとすると、HはBCの中点なので、

$$BH = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

△OBHに三平方の定理を用いて、

$$OH = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

△OAHに三平方の定理を用いて、

$$AH = \sqrt{5^2 - (\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5}$$

直線ℓとy軸との交点をDとすると、

△AOD ∽ △AHOより、

$$\frac{DO}{AO} = \frac{OH}{AH} = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

すなわち、直線ℓの傾きは $-\frac{1}{2}$

A(5, 0)を通り、傾きが $-\frac{1}{2}$ の直線の式を求めると、

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x-5)+0 \\ &= -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \end{aligned}$$

よって、直線ℓの式は、 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ … 答

【参考】 $\frac{DO}{AO}$ と $\frac{OH}{AH}$ は、どちらも∠OADがつくる傾斜を $\frac{\text{垂直距離}}{\text{水平距離}}$ で表すものである。

いま、Aの位置に立ってると考えて、

$\frac{DO}{AO}$ は、AOを水平方向として、ADを見上げたときの傾斜を表す。

$\frac{OH}{AH}$ は、AHを水平方向として、AOを見上げたときの傾斜を表す。

このように考えると、どちらも傾斜角は∠OADで共通なので、等しいのは当たり前である。

この分数の値を $\tan \angle OAD$ と表す。tanはタンジェントと読み、高校の数学Iで学習する。

