

教えることは証明することか？

全学年対象

1 「理由先行」至上主義

算数・数学という教科は、何か新しいことを教えるとき、まずはそれが正しいことを示そうとします。それをしないでいきなり結論だけを押し付けるような教え方はダメだということになっています。そんな教え方をしたって生徒は納得しないぞ、理由も分からないことをやらされると数学嫌いになるぞ、論理的に考える能力が育たないぞ、というわけです。

数学教育の世界では、こういうスタンスで教えることがほとんど当たり前になっています。それを大前提として教科書が作られ、授業が構成されます。誰もがその中で教育を受けてきていますから、数学教育に携わっていない人でも「数学はそう教えないきゃいけないものだ」と認識しているくらいではないでしょうか。

確かにほとんどの場面でそれは間違っていないと思います。しかし、一般的な指導案や教科書を見ると、ちょっと行き過ぎではないかと感じる場合があります。こんなに意地になって教える意味のあることなのだろうか。これではかえって混乱を招いたり、新しいことを学習するときのワクワク感を削いでしまったり、これから何を学ぶのか方向性も見えないままだ理屈を追わされたり……。これでは結局教える側の自己満足にしかならないなあ、と思うことがしばしばあります。

2 分数の割り算を例に

例えば「分数の割り算」の導入を考えてみます。なぜ分子と分母をひっくり返してかけるのか。計算方法は易しいのに、その理由を納得させることは簡単ではありません。しかも、長い時間をかけて説明して一部の生徒がやっと理解できたとしても、計算の練習が始まったらみんなすっかり忘れてしま

います。大人だってひっくり返してかける理由を説明できる人はほとんどいませんから、それがどれだけ難しいことか分かっていうものです。

それだけに、分数の割り算をなるべく分かりやすく教えようと研究するのは、確かに面白いのです。算数指導法の参考書を見ると、いろいろな説明方法が紹介されていて興味を引かれます。しかし実際に教えるとなると、どれもいまいちです。大抵は難解で、不自然で、いかにも結果からむりやり作り出したような説明ばかり。こういう説明はすでに計算に習熟している人だからこそ安心して受け入れられるのであって、これから計算を学ぶ生徒向けではありません。これを理解させなければ計算を受け入れてもらえないと考えるのはおかしいでしょう。

むしろ最初はブラックボックスで良いのではないのでしょうか。生徒は「なぜか上手くいく」と思いながら計算するわけですが、その「なぜ」が難解だからこそ、あえて「上手くいく」という実感を先に持たせるわけです。事実として正しい結果が得られるという信頼が生まれれば、やがて「なぜ」に対する関心も高まります。これが理由を理解しようという動機につながります。つまり、理由よりも先に結果を与えてしまうことで、逆に理由を求める気持ちを高めるという作戦です。私の経験上、分数の割り算は「理由→結果」の正攻法よりも、この「結果→理由」の方が自然な流れで授業を進めることができます。

この作戦は手品に似ています。手品というのは理由も分からないのに、不思議な現象が起こったことは確かに分かるから、その理由に対する興味が引き立てられるのです。逆にたねを先に教えてしまっただけでは興ざめです。というよりもむしろ、実際に手品を見る前では、そもそもたねを教わって理解しようと思う動機がないのです。

3 学習段階のズレ

そもそもある道具を使える能力と、その道具のしくみを理解できる能力とは同じレベルであるとは限りません。分数の割り算もその1つで、計算できることとしくみを理解できることのギャップは、小

学校の算数の中でも特に大きいと思います。計算については小6レベルでも、その理由について考えることは小学レベルを超えているのではないのでしょうか。

これは特別に不思議なことではありません。例えば中1で学習する「円錐の体積の公式」もそうです。ご存知「底面積×高さ÷3」という公式ですが、この「÷3」の理由が中1レベルでは説明できません。これは分数の割り算より極端で、きちんと説明しようとする高3レベルの積分まで必要になるため、もう教科書もあきらめて「÷3であることが知られている」なんて書いています。ここで理由を説明できなければ公式を受け入れてもらえないと思って、積分まで持ち出して証明してみせようとする教師はさすがにいないと思います。(もちろん積分という考え方が必要であることを紹介するのは大いに結構なことです)

ここには有名なうまい逃げ方があります。円錐の容器いっぱいに入れた水を、円柱の容器に移していくと、ちょうど3杯でいっぱいになるという実験です。もちろん証明にはなりません。でも、ものすごく分かりやすいし、インパクトもある。理由は分からないけれど、これは事実であるという確信だけはしっかりと持たせることができます。これで証明されていない求積公式への抵抗を下げることであれば、十分に意義があると言えるでしょう。これも手品を先に見せる作戦をうまく利用した例だと思います。

でも、これを示すと証明されたように誤解する生徒がいるので、そうではないことは伝えないとけません。中1では証明が何かなんて分からないでしょうから、「え、これじゃダメなの?」と疑問を持たせるくらいで結構です。はっきりとは分からなくとも、証明とは何かを考えるきっかけにできるかも知れません。

4 やってみようと思う動機を持たせる

分数の割り算の教え方についても、この円錐の求積公式の教え方が良いモデルになります。「上手くいくという実感を先に持たせるのがよい」と言いましたが、そのためには「ひっくり返してかければ確

かに合っている」と分かる例を、“ショー”として示せばよい。それで生徒が「ああ、確かにうまくいってるなあ」と感じられたら、その時点でもう実際の演習に入る準備はできているわけです。

生徒に何か演習をさせるとき、生徒にそれをやってみようと思う動機ができていのかどうかが大事です。それは理由が分かった時ではなく、それが事実であることが分かったとき、そしてそれが自分にもできると分かった時です。理由が分かるレベルに到達していなくても、その操作ができる段階にあれば生徒はやってみようとしています。もちろん教える側としては理由も分かってほしいわけですが、それは必ずしも生徒が最初から求めていることではありません。難しければ後回しでも結構。これは数学なんだから理由を示さなければダメだと思いついて入っているのは教師の意地であって、生徒は必ずしもそうは望んでいないことをお忘れなく。

(2011.9.15 浜田昌宏)