シリーズ・算数・数学の教え方

割合と比を使い分けよう

小学6年内容

1　割合と比の違い

（1）　どちらも倍数関係を表すもの

2つの量を比べて、その大きさの倍数関係を表すのが、小5で学習する割合と、小6で学習する比です。例えば、2人と10人を比べるとき、次のような表現があります。

2人と10人を比べる表現

ア．10人は2人の5倍です。
イ．2人は10人の0.2倍です。
ウ．2人と10人の比は1：5です。

アと**イ**は割合を使った表現で、**ウ**は比を使った表現です。もちろんこれらは表現が違うだけで、すべて同じ倍数関係を意味しています。算数の問題を解くとき、割合でも比でもどちらで考えてもよいという場面はよくあります。だからといって、どちらかは要らないのではないか、という話にはならないでしょう。それぞれにメリットとデメリットがあり、それを意識しなくても、実際、場面に応じて使い分けは行われているからです。算数を教える者としては、その違いをきちんと意識しておくことは大事なことです。

（2）　違いは方向を持つかどうか

では割合と比では何が違うのかというと、それは方向の有無です。**ア**と**イ**はそれぞれ2人→10人、10人→2人という向きを持って述べられていますが、**ウ**にはないということです。**ウ**にも左右の区別はありますが、それは2人と10人を区別するという意味であり、問題を成り立たせる以上当たり前のことです。**ア**と**イ**はさらに向きが決まらないと言えないのに対し、**ウ**は区別があればすぐ言えるというところが、割合と比の大きな違いです。つまり方向を持って倍数関係を表現したいときは割合を使い、そうでないときは比を使うと言えそうです。

（3）　表現の使い分け

例えば、次のことがらは割合と比のどちらで表現するのがふさわしいか考えてみて下さい。

例1

ア．500 mℓ のジュースをいくらかを飲んだところ、残りは300 mℓ になりました。
イ．原価が200円のボールペンに、280円の定価をつけました。
ウ．ふくろの中に赤と白の球が入っています。赤球は15個、白球は18個です。

アと**イ**は、1つの対象について、ある量が別の量に変わったという方向性が含まれる表現ですから、割合を使うのが自然です。**ア**は「0.6倍になった」「60 %になった」、**イ**は「1.4倍になった」「4割増しにした」などです。もちろん比を使って「原価と定価の比は5：7です」と言っても問題はありません。あくまでどちらで表現されることが多く、自然に聞こえるかという観点で選んだだけです。

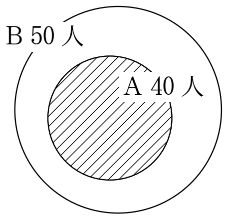
一方で**ウ**の赤球と白球は、同時に存在する2つの対象であって、白から赤、赤から白という方向性は感じられません。こういうときは比を使うのが自然です。「赤球と白球の個数の比は5：6です」と言います。これをわざわざ「赤球に対して白球の個数は1.2倍です」あるいは「120 %です」というのは、何のためにその方向性を持ち込んだのか理由がなく、不自然に感じられます。

（4）　一方が他方を含んでいるか

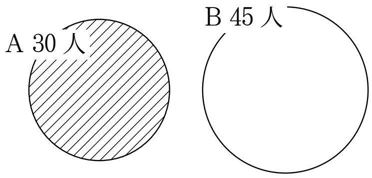
割合と比の違いを考えるとき、もう1つ、一方が他方に含まれているかという見方もあります。先の例では、**ア**で残った300 mℓ は、最初の500 mℓ の一部として含まれています。**イ**の280円という定価も、その中に200円の原価が80円の利益とともに含まれていると言えます。しかし、**ウ**の赤球と白球の個数にはお互い重なり合う部分がありません。このような見方も、割合と比の性格を区別するものと言えそうです。

特に、日常的に百分率や歩合を使って割合を表現するときは、もとにする量が含む側、くらべる量が含まれる側になるときにほとんど限られているように思います。例えばある問題について50人中

の 40 人が正解したときは、「正解率は 80 %」あるいは「8 割」というのが普通です。これを「0.8 倍」と言ったり、逆に「正解者に対する解答者の割合は 1.25 倍」と言ったり、あるいは比を使って「5：4」と言ったりすることはあまりありません。



「A は B の 80 %」



「A：B ＝ 2：3」

ここで述べたことは、どちらの表現が自然であるかという判断であって、問題を解くときにどちらを使うと解きやすいかということではありません。しかし、このような使い分けは、教える側が常に自然な表現を心がけ、学習者が受け入れやすいよう配慮するために知っておくべきものです。

2　比のよさを伝えよう

（1）　初めから余計なことは教えない

比も割合も、それを使うのがふさわしい場面で使われてこそ、その意義が分かるものです。ところが残念なことに、比を学習するとき、テキストの最初のページにこんなつまらないことが書いてあることがあります。

余計な説明

（1） 比は、前項がくらべる量、後項がもとにする量です。例えば、4 に対する 5 の比は 5：4 と表します。

（2） 前項 ÷ 後項の商を比の値といいます。

余計な問題

りんごが 8 個、みかんが 15 個あります。りんごに対するみかんの比を求めなさい。また、その比の値を求めなさい。

初めからこんなことを教えられたのでは、比を勉強したくなくなると思います。どちらをもとにどちらを見るのかなんて考えなくても、りんご 8 個とみかん 15 個なら 8：15 と並べるだけでよいのが比の利点です。そこで「比って割合よりも楽でいいよね」と言えるのが教える側としてもうれしいのに、これじゃ台無しです。

そもそも (1) や (2) のような決まりは、2 つの量の間に方向性があり、割合に戻って考える意味があるときに使われるもので、しかもその方向が後→前であるという暗黙の前提が必要な場面に限られます。実際にそんな場面があるのかというと、私は出会ったことがありません。

（2）　比の値は不要

比の値を何のために教えるのか分からないというと、「同じ比を探すときに使える」という説明を聞くことがありますが、それだけのために方向性を導入するほどの意味があるのか問いたいです。同じ比を見つけるなら、「比の値に直しましょう」ではなく「比を簡単にしましょう」と言って下さい。

実は比の値は平成 10 年度の学習指導要領から削除されました。でも進学塾向けの教材は、学習指導要領が変わってもすぐに内容を減らすことはないので、今でも載っています。

3　割合と比の変換

（1）　どちらが分かりやすいか

比をさまざまな文章題に応用するようになると、割合を比に直したり、またその逆を行ったりして、問題を解きやすくする工夫を行うようになります。

例 2

ア． 兄の体重は弟の体重の 1.5 倍です。

イ． 定価の 3 割引きで売りました。

ウ． 直方体の水そうに 60 %の高さまで水が入っています。

これらは割合を使って述べられています。割合というのは 2 つの対象の関係に注目した表現なので、対象そのものを扱うには都合が悪いことがあります。例えば**ア**において、兄と弟の体重の和が 75 kg ならば、2 人の体重はそれぞれ何 kg か。割合でももちろん解けます。

- 弟の体重は、$75 \div 2.5 = 30$ kg
- 兄の体重は、$30 \times 1.5 = 45$ kg

だから小 5 でもこの問題は出ますが、小 5 には「÷2.5」の部分が非常に分かりにくい。弟の体重を 1 とすれば兄の体重は 1.5 だからその和は 2.5 だというのですが、この考え方に多くの生徒は抵抗を示します。関係を表していた 1.5 倍が、いつの間にか対象そのものを表す量に変わっているからです。それをクリアできないと、$1.5 + 1$ が割合と量の足し算に見えて不可解だというのです。実は、これはもう比の考え方が半分入ってきていると言えます。

では、比を使って考えるとどうなるか。まず、「兄は弟の 1.5 倍」を「兄：弟 ＝ 2：3」に直します。そうすると兄と弟の体重の和は $2 + 3 = 5$ と表せます。すると、

- 弟の体重は、$75 \times \dfrac{2}{5} = 30$ kg
- 兄の体重は、$75 \times \dfrac{3}{5} = 45$ kg

このように大変バランスよく、分かりやすく解けます。先ほどの $1.5 + 1$ は半分割合を残したような気持ち悪い計算でしたが、比の 2 と 3 はどちらも対象を表していることが明確で、$2 + 3 = 5$ が自然な操作に感じられます。

いま割合を比に直して解きましたが、この解き方の中で、実は比を割合に直したところもありました。

- 「合計→弟」は「$5 \to 2$」だから、$\dfrac{2}{5}$ 倍
- 「合計→兄」は「$5 \to 3$」だから、$\dfrac{3}{5}$ 倍

つまりこの短い解き方の中で「割合→比→割合」という往復をしていたことになります。さらに複雑な問題では、このような変換を何度も行うことがあります。

（2） 使い分けの目安

ではその変換を行うという判断はどうやって行うのか。また例を挙げるのも面倒なので、結論だけを大雑把に言います。

まとめ

- 割合を比に直すのは作戦段階。対象それぞれを数値で表して整理しておいて考えやすくするため。
- 比を割合に直すのは実行段階。何をもとに何を求めればよいのか、動き出す方向が決まったとき。

比はそれぞれの対象を整数で表すので分かりやすく、線分図などを書いて考える作戦段階に適しています。また、最初に述べたように割合には方向性がありますから、いざ動き出して計算を進めるときに便利です。難しい問題でも分かりやすく説明するために、指導者はこのような判断基準をよく心得ておく必要があります。

おっと、例 2 の**イ**と**ウ**を使うのを忘れておりました。作戦段階においては、**イ**は「定価 ： 売価 ＝ 10：7」と考え、**ウ**は「水そうの高さ：水の高さ ＝ 5：3」または「水：空き ＝ 3：2」のように考えると分かりやすいというわけです。

（2011.3.31 浜田昌宏）